

## PROBABILIDADE

- Que é a probabilidade?
- Espazo mostral
- Suceso elemental e suceso composto
- Regra de Laplace
- Sucesos equiprobables
- Cálculo de probabilidades mediante a regra de Laplace
- Cálculo de probabilidades compostas

mar 21-11:03

## PROBABILIDADE

É a parte das matemáticas que nos permite estudar as situacións nas que non podemos determinar con absoluta certeza o resultado que se producirá. Estas situacións denomínanse experimentos aleatorios .

Damos exemplos de experimentos aleatorios:

- Lanza un dado
- Extraer unha carta dunha baralla
- Lanza unha moeda
- Extraer unha bolc de co dunha bolsa
- Aceptar un nº de entre un conxunto
- Xogar á lotería
- ...

mar 20-21:58

## ALGUNHAS DEFINICIÓNS

O conxunto de todos os posibles resultados que se nos presentan nunha situación aleatoria recibe o nome de espazo mostral .

$E = \{\text{todos os posibles resultados}\}$

$E = \{\text{cara, cruz}\}$

Cada un dos elementos do espazo mostral recibe o nome de suceso elemental . Désígnase cunha letra maiúscula.

$A = \{\text{cara}\}$   $B = \{\text{cruz}\}$

Unha posibilidade formada por varios sucesos elementais recibe o nome de suceso composto .

$E = \{2, 3, 5, 7, 8, 9\}$

$A = \{2\}$   $C = \{5\}$   $F = \{8\}$

$B = \{3\}$   $D = \{7\}$   $G = \{9\}$

$H = \{2, 8\}$

$I = \{3, 5, 7, 9\}$

mar 20-22:13

## EXERCICIO

Escrebe todos os sucesos elementais e dous sucesos compostos para o lanzamento dun dado.

$E = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

$A = \{1\}$   $B = \{2\}$   $C = \{3\}$

$D = \{4\}$   $F = \{5\}$   $G = \{6\}$

- Obter nº maior ca 2 :

$H = \{3, 4, 5, 6\}$

- Obter nº impar :

$I = \{1, 3, 5\}$

- Obter nº par :

$K = \{2, 4, 6\}$

- Obter nº primo :

$L = \{1, 2, 3, 5\}$

- Obter nº menor ca 4 :

$M = \{1, 2, 3\}$

mar 20-22:47

### EXERCICIO

Escribe un suceso elemental e un suceso composto para a extracción ao azar dunha carta dunha baralla española.

$$E = \{1 \text{ espadas}, 2 \text{ espadas}, \dots\}$$

$$A = \{7 \text{ ouros}\} \quad B = \{4 \text{ espadas}\}$$

$$C = \{1 \text{ ouros}\}$$

- Extraer un 4 :

$$D = \{4 \text{ espadas}, 4 \text{ bastos}, 4 \text{ copas}, 4 \text{ ouros}\}$$

- Extraer un 6 copas :

$$F = \{1 \text{ copas}, 2 \text{ copas}, \dots, \text{rebelo copas}, \text{rei copas}\}$$

- Extraer un 6 figura :

$$G = \{\text{sotil ouros}, \text{rebelo ouros}, \dots\}$$

mar 20-22:48

### EXERCICIO

Escribe o espazo mostral para o experimento aleatorio que supón lanzar un dado de 6 caras.

$$E = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

mar 20-22:22

### EXERCICIO

Escribe o espazo mostral para o experimento aleatorio que supón escoller ao azar a un alumn@ da clase de 4º de PDC.

$$E = \{Manu, Manu, Adry, Yksmin, Tomsas, Jaime, Nerea, Cuis, Aitor\}$$

mar 20-22:25

### EXERCICIO

Escribe o espazo mostral para o experimento aleatorio que supón escoller ao azar unha asignatura das que cursades en 4º.

$$E = \{AmCT, AmSL, EF, Inglés, Altraución, Música, Tecnoloxía\}$$

mar 20-22:26

### REGRA de LAPLACE

A probabilidade de que un suceso S ocurra é un número comprendido entre 0 e 1.  
0 significa que o suceso non pode ocorrer nunca  
1 significa que o suceso ocorrerá sempre

Para calcular a probabilidade empregamos a regra de Laplace:

$$P(S) = \frac{\text{n}^\circ \text{ de casos favorables ao suceso } S}{\text{n}^\circ \text{ de casos posibles}}$$

Os casos favorables están contidos no suceso S  
Os casos posibles están contidos no espazo mostral E  
Só é aplicable en sucesos elementais equiprobables

mar 20-22:29

### Exercicio

Aplica a regra de Laplace para determinar a probabilidade de obter un 3 ao lanzar un dado. Para iso:

a) Escribe o espazo mostral

$$E = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

b) Escribe o suceso. É elemental ou composto?

$$S = \{3\} \text{ ELEMENTAL}$$

c) Calcula a probabilidade

$$P(S) = \frac{\text{n}^\circ \text{ favorables}}{\text{n}^\circ \text{ totais}} = \frac{1}{6}$$

mar 20-22:29

### C50E13

a) Unha carta de coras

$$P(S) = \frac{10}{40} = 0,25$$

b) Un rei

$$P(S) = \frac{4}{40} = 0,1$$

c) Un as

$$P(S) = \frac{4}{40} = 0,1$$

d) Unha figura

$$P(S) = \frac{12}{40} = 0,3$$

e) Un n.º par

$$P(S) = \frac{20}{40} = 0,5$$

f) Un n.º impar

$$P(S) = \frac{20}{40} = 0,5$$

g) Un n.º menor ca 5

$$P(S) = \frac{16}{40} = 0,4$$

h) Unha carta sen figura

$$P(S) = \frac{28}{40} = 0,7$$

mar 20-22:50

### L109E4

a) Sacar máis de 2 :  $A = \{3, 4, 5, 6\}$

$$b) P(A) = \frac{4}{6} = \frac{2}{3} = 0,7$$

c) Sacar 2 ou menos de 2 :  $B = \{1, 2\}$

$$d) P(B) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3} = 0,3$$

$$e) P(A) + P(B) = 0,7 + 0,3 = 1$$

mar 21-13:20

Exercicio

Nunha caixa hai 2 bolas verdes, 4 bolas azuis e 6 bolas laranxas. Realizamos un experimento aleatorio que consiste en extraer unha bola ao azar.

a) Escribe o espazo mostral

$$E = \{V, V, A, A, A, A, L, L, L, L, L, L\}$$

b) Escribe o suceso composto "non extraer unha bola laranxa"

$$S = \{V, V, A, A, A, A\}$$

c) Calcula a probabilidade de extracción para cada cor

$$V = \{V, V\} \quad P(V) = \frac{2}{12} = \frac{1}{6} = 0,17$$

$$A = \{A, A, A, A\} \quad P(A) = \frac{4}{12} = \frac{1}{3} = 0,33$$

$$L = \{L, L, L, L, L, L\} \quad P(L) = \frac{6}{12} = \frac{1}{2} = 0,5$$

$$P(V) + P(A) + P(L) = 1$$

mar 21-22:25

L109E6

5B, 3N

$$a) E = \{B, B, B, B, B, N, N, N\}$$

$$b) N = \{N, N, N\}$$

$$P(N) = \frac{3}{8} = 0,4$$

$$c) P(B) = 1 - 0,4 = 0,6$$

$$B = \{B, B, B, B, B\}$$

mar 22-9:09

Exercicio

Nunha caixa temos bolas numeradas do 1 ao 8 e extraemos unha delas ao azar.

a) Determina o espazo mostral

$$E = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$$

b) Calcula a probabilidade de extraer un múltiplo de 3

$$\text{múltiplo de 3: } S = \{3, 6\}$$

$$P(S) = \frac{2}{8} = 0,25$$

c) Calcula a probabilidade de extraer o número 9

$$A = \{9\} \quad P(A) = 0$$

d) Calcula a probabilidade de extraer un número superior a 3

$$\text{superior a 3 } S = \{4, 5, 6, 7, 8\}$$

$$P(S) = \frac{5}{8} = 0,6$$

mar 21-22:30

L109E7

4R, 3V, 2A

$$a) \text{ sacar } R = \{R, R, R, R\}$$

$$P(R) = \frac{4}{9} = 0,44$$

$$b) \text{ sacar } V = \{V, V, V\}$$

$$P(V) = \frac{3}{9} = 0,33$$

$$c) \text{ sacar } A = \{A, A\}$$

$$P(A) = \frac{2}{9} = 0,22$$

$$E = \{R, R, R, R, V, V, V, A, A\}$$

$$d) \text{ non sacar } R : B = \{V, V, V, A, A\}$$

$$e) P(B) = \frac{5}{9} = 0,56$$

$$f) R = \{R, R, R, R\}$$

$$B = \{V, V, V, A, A\}$$

$$R \cup B = \{R, R, R, R, V, V, V, A, A\} = E$$

Como R e B son complementarios, sucede que  $P(R) + P(B) = 1$

$$0,44 + 0,56 = 1$$

mar 22-9:40

L109E8 : 4R, 3V, 2A

a) Sacar unha bola de calquera cor

$$S = \{R, R, R, R, V, V, V, A, A\} = E$$

b)  $P(S) = \frac{7}{9} = 1$  CERTeza

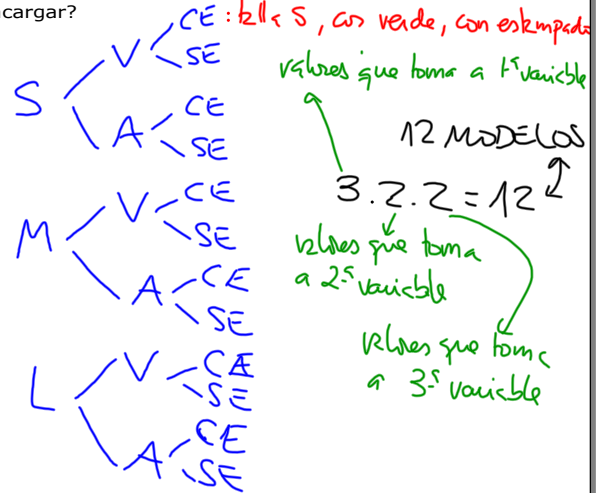
c) Sacar unha bola amarela :  $I = \{\emptyset\}$

d)  $P(I) = \frac{0}{9} = 0$

mar 22-9:56

Exercicio: Diagrama de árbore

@s alumn@s do IES de Pastoriza venderán camisetas para conseguir cartos e poder realizar a viaxe de fin de curso. Encargan tres tallas (S, M e L), en dúas cores (verde e azul) e con estampado (CE) e sen estampado (SE). Cantos modelos de camisetas deben encargar?



mar 21-22:33

**NOTA**

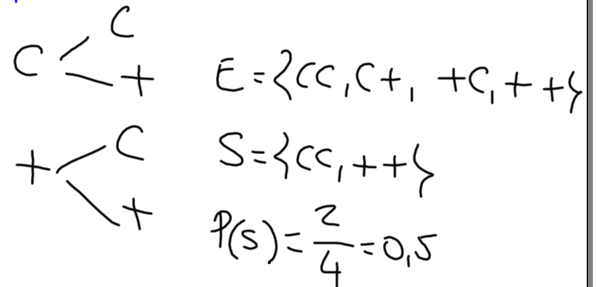
Se un experimento ten n-resultados e outro experimento ten m-resultados, entón o número de resultados posibles cando realizamos un a continuación do outro é n.m

mar 21-22:48

Exercicio

Escrebe o espazo mostral correspondente a lanzar dúas moedas (podes axudarte dun diagrama de árbore)

Escrebe o suceso sacar o mesmo resultado nas dúas moedas e calcule a probabilidade.

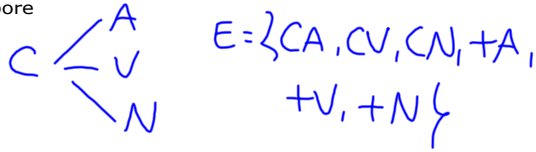


mar 21-22:36

Exercicio

Realizamos un experimento que consiste en lanzar unha moeda e extraer unha bola dunha caixa que contén unha bola azul, unha verde e outra negra.

Escribe o espazo mostral axudándote dun diagrama de árbore



$$E = \{CA, CV, CN, VA, VN, NA, NV\}$$



Escribe o suceso non sacan bola negra

$$S = \{CA, CV, VA, VN\}$$

$$P(S) = \frac{4}{6} = 0,67$$

mar 21-22:37

Experimentos compostos

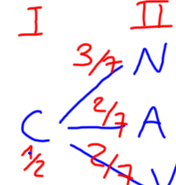
Están formados pola sucesión de dous ou máis experimentos simples

Como se calcula a probabilidade dun resultado?

- Realizamos o diagrama de árbore
- Indicamos a probabilidade de cada póla
- Multiplicamos as probabilidades que atopamos ao seguir o camiño que nos leva ao resultado

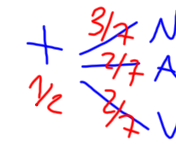
Moeda :  $E = \{C, +\}$

Bolsa (3N, 2A, 2V) :  $E = \{N, N, N, A, A, V, V\}$



$$S = \{CA\}$$

$$P(S) = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{7} = \frac{1}{7}$$



$$S = \{+V\}$$

$$P(S) = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{7} = \frac{1}{7}$$

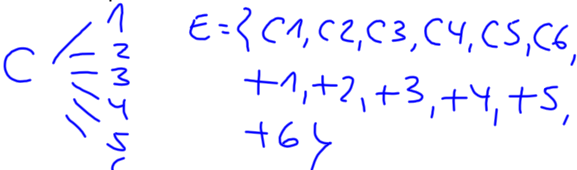
$$S = \{CN, +A\}$$

$$P(S) = \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{7} + \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{7} = \frac{3}{14} + \frac{1}{7} = \frac{3+2}{14} = \frac{5}{14}$$

mar 21-22:40

Exercicio

Lanzamos unha moeda e un dado de 6 caras. Realiza o diagrama de árbore e a probabilidade de obter cara e un número par



$$E = \{C1, C2, C3, C4, C5, C6, +1, +2, +3, +4, +5, +6\}$$



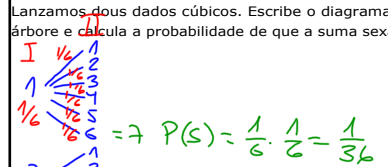
$$S = \{C2, C4, C6\}$$

$$P(S) = \frac{3}{12} = \frac{1}{4} = 0,25$$

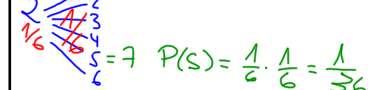
mar 21-22:45

Exercicio

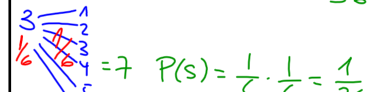
Lanzamos dous dados cúbicos. Escribe o diagrama de árbore e calcula a probabilidade de que a suma sexa 7



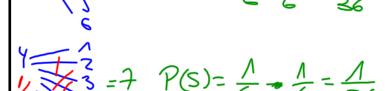
$$P(S) = \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{36}$$



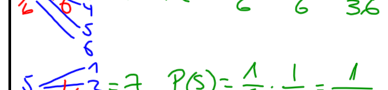
$$P(S) = \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{36}$$



$$P(S) = \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{36}$$



$$P(S) = \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{36}$$



$$P(S) = \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{36}$$



$$P(S) = \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{36}$$

$$S = \{\text{suma dos dados sexa } 7\}$$

$$P(S) = \frac{1}{36} + \frac{1}{36} + \frac{1}{36} + \frac{1}{36} + \frac{1}{36} + \frac{1}{36} = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$$

mar 21-22:47

Exercicio

Nunha urna hai 30 bolas numeradas do 1 ao 30. Calcula a probabilidade de que a bola extraída sexa:

- a) Un número par
- b) Un número impar
- c) Un número acabado en 0
- d) Un múltiplo de 5
- e) Non sexa múltiplo de 5

$E = \{1, 2, 3, \dots, 30\}$

a)  $S = \{2, 4, 6, 8, 10, \dots, 30\}$   
 $P(S) = \frac{15}{30} = \frac{1}{2} = 0,5$

b)  $S = \{1, 3, 5, \dots, 29\}$   
 $P(S) = \frac{15}{30} = \frac{1}{2} = 0,5$   
 $1 - 0,5 = 0,5$

c)  $S = \{10, 20, 30\}$   
 $P(S) = \frac{3}{30} = \frac{1}{10} = 0,1$

d)  $S = \{5, 10, 15, 20, 25, 30\}$   
 $P(S) = \frac{6}{30} = \frac{1}{5} = 0,2$

e)  $P(S) = 1 - 0,2 = 0,8$

mar 21-22:57

Exercicio

Nunha caixa hai 2 bolas negras, 4 azuis e 3 verdes. Calcula a probabilidade de que ao extraer unha bola ao azar

- a) Sexa negra
- b) Sexa negra ou azul
- c) Non sexa azul

$E = \{N, N, A, A, A, A, V, V, V\}$

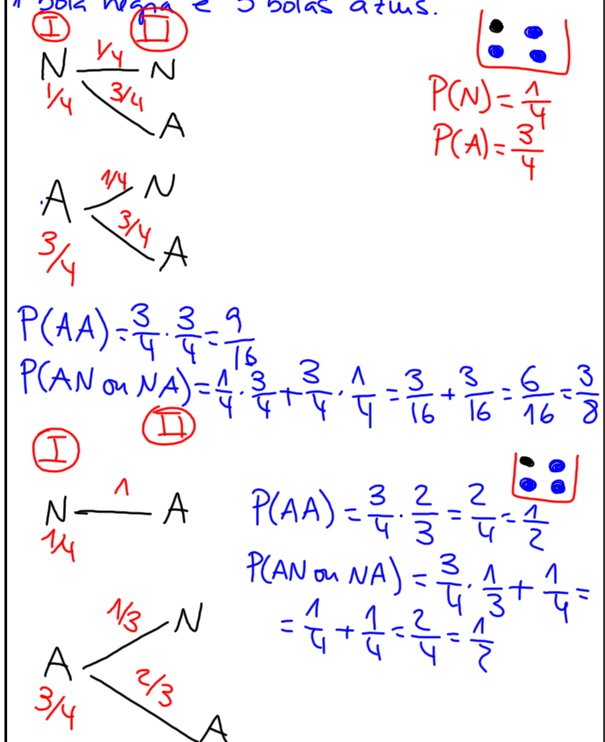
a)  $S = \{N, N\}$   
 $P(S) = \frac{2}{9} = 0,22$

b)  $S = \{N, N, A, A, A, A\}$   
 $P(S) = \frac{6}{9} = \frac{2}{3} = 0,67$

c)  $S = \{N, N, V, V, V\}$   
 $P(S) = \frac{5}{9} = 0,56$

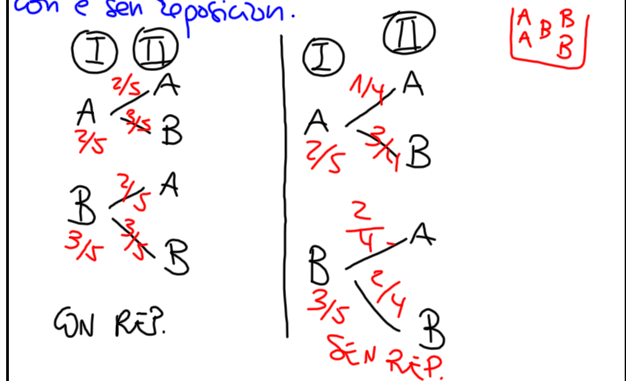
mar 21-23:00

Realizamos un experimento composto que consiste en extraer con reposición unha bola dunha caixa e a continuación outra. Na caixa hai 1 bola negra e 3 bolas azuis.



abr 5-9:11

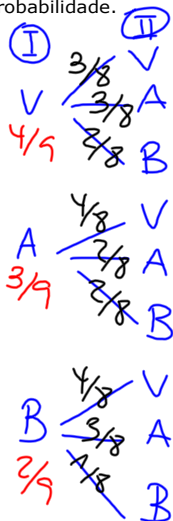
Realizamos un experimento composto que consiste en extraer dúas bolas (unha a continuación da outra) dunha caixa. No interior da caixa hai 2 bolas azuis e 3 bolas brancas. Debuxa o diagrama do arbore e as probabilidades con e sen reposición.



abr 5-9:43

Exercicio

Unha bolsa contén 4 bolas vermellas, 3 azuis e 2 brancas. Realizamos dúas extraccións sen reposición. Realiza o diagrama de árbore indicando as probabilidades.



mar 21-23:03

Exercicio

Nunha habitación hai 12 mulleres e 16 homes. Escollemos dúas persoas ao azar. Calcula a probabilidade de que as dúas persoas escollidas sexan mulleres (sen reposición)



$$P(MM) = \frac{12}{28} \cdot \frac{11}{27} = 0,17$$

mar 21-23:06

C51E14

a) TRES COPAS

$$\frac{10}{40} \cdot \frac{9}{39} \cdot \frac{8}{38} = 0,01$$

b) REI, AS, SOTA

$$\frac{4}{40} \cdot \frac{4}{39} \cdot \frac{4}{38} = 0,001$$

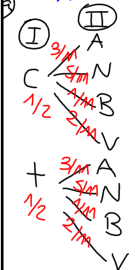
c) OURI, COPA, ESPADA

$$\frac{10}{40} \cdot \frac{10}{39} \cdot \frac{10}{38} = 0,017$$

abr 6-11:12

Realizamos un experimento composto que consist en lanzar unha moeda e extraer unha bola dunha caixa que contén 3 azuis, 5 negras, 1 branca e 2 verdes.

- Debuxa o diagrama de árbore
- Indica as probabilidades sobre o diagrama
- Calcula a probabilidade de:
  - Obter cara e azul ou branca
  - Obter cruz e negra
  - Obter azul ou verde
  - Non obter negra



c.1) Co diagrama:

$$P(S) = \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{11} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{11} = \frac{3}{22} + \frac{1}{22} = \frac{4}{22} = 0,18$$

c.2)  $P(S) = \frac{1}{2} \cdot \frac{5}{11} = \frac{5}{22} = 0,23$

c.3)  $P(S) = \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{11} + \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{11} + \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{11} + \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{11} = \frac{3+2+3+2}{22} = \frac{10}{22} = 0,45$

c.4)  $P(S) = \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{11} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{11} + \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{11} + \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{11} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{11} + \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{11} = \frac{3+1+2+3+1+2}{22} = \frac{12}{22} = 0,54$

mar 21-23:06

LIMES 5

a)  $P(RRR) = \frac{5}{10} \cdot \frac{4}{9} \cdot \frac{3}{8} = 0,083$

b)  $P(RBR) = \frac{5}{10} \cdot \frac{2}{9} \cdot \frac{4}{8} = 0,056$

c)  $P(AAR) = \frac{3}{10} \cdot \frac{2}{9} \cdot \frac{5}{8} = 0,042$

d)  $P(\text{non sacar R}) = \frac{2}{10} \cdot \frac{1}{9} \cdot \frac{3}{8} + \frac{2}{10} \cdot \frac{3}{9} \cdot \frac{1}{8} + \frac{2}{10} \cdot \frac{3}{9} \cdot \frac{2}{8} + \frac{3}{10} \cdot \frac{2}{9} \cdot \frac{2}{8} + \frac{3}{10} \cdot \frac{2}{9} \cdot \frac{1}{8} + \frac{3}{10} \cdot \frac{2}{9} \cdot \frac{1}{8} = \frac{60}{720} = 0,083$

abr 6-11:24

Temos unha caixa con dez bolas numeradas do 1 ao 10.

a) Escribe o espazo mostreal  
 $E = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$

b) Escribe o suceso extraer  $n^\circ > 4$   
 $S = \{5, 6, 7, 8, 9, 10\}$   
 $P(S) = \frac{6}{10} = 0,6$

c) Escribe o suceso extraer múltiplo de 5 (ou 5)  
 $S = \{5, 10\}$   
 $P(S) = \frac{2}{10} = 0,2$

d) Escribe o suceso extraer múltiplo de 3 pero maior ca 4  
 $S = \{6, 9\}$   
 $P(S) = \frac{2}{10} = 0,2$

abr 6-11:58

Considera o experimento composto de extraer sen reposición dúas bolas dunha caixa que conteña 1 bola verde, 3 bolas azuis e 5 bolas brancas. Debuxa o diagrama de árbores e calcule:

a)  $P(VV)$

b)  $P(AB)$

c)  $P(AA)$

d)  $P(\text{non obter B})$

a)  $P(VV) = 0$

b)  $P(AB) = \frac{3}{9} \cdot \frac{5}{8} = \frac{15}{72} = 0,21$

c)  $P(AA) = \frac{3}{9} \cdot \frac{2}{8} = \frac{6}{72} = 0,083$

d)  $P(\text{non obter B}) = \frac{1}{9} \cdot \frac{3}{8} + \frac{3}{9} \cdot \frac{1}{8} + \frac{3}{9} \cdot \frac{2}{8} = \frac{12}{72} = 0,17$

abr 6-12:08